332 - 335

pre GALINU JIRÁSKOVÚ

Probleme der Kybernetik, Vol. 6, Akademie-Verlag, Berlin, 1966, 328-335

Über den Vergleich zweier Typen endlicher Quellen

O. B. LUPANOW (Moskau)

In diesem Artikel werden Beispiele dargelegt, die quantitative Verhältnisse zwischen endlichen Quellen und endlichen Quellen eines gewissen speziellen Types [1, 2] erklären sollen. Die hier behandelte Frage entstand in Verbindung mit der Aufgabe, die Kompliziertheit von Automaten zu vergleichen, die ein und dasselbe Ereignis darstellen und übertragen[1]) [3, 4], und wurde in einer Arbeit von G. M. KORPELJEWITSCH für MOORE-Automaten untersucht [5].

1. Quellen: einige bekannte Tatsachen

Es sei $A = \{a, b, c, \ldots\}$ ein endliches Alphabet. Ein endlicher orientierter Graph [7], dessen Kanten die Buchstaben des Alphabetes A zugeordnet sind und in welchem eine Ecke (*Anfangsecke*) ausgezeichnet und eine gewisse Menge von Ecken (*Endecken*) ausgewählt, ist, wird eine *Quelle* (über A) genannt. Die Ecken der Quelle werden auch als *Zustände* der Quelle bezeichnet. In Abb. 1 ist ein Beispiel für eine Quelle angegeben. Einem jeden orientierten Weg in der Quelle ordnen wir das Wort aus dem Alphabet A zu, das entsteht, wenn wir die Buchstaben, die den Kanten dieses Weges zugeordnet sind, hintereinander schreiben (zugelassen sind sich selbst schneidende Wege; zugelassen ist auch ein Weg, der aus einer Ecke besteht; ihm entspricht das leere Wort, das wir mit dem Symbol $\varnothing$ bezeichnen werden).

Es sei $\mathfrak{M}$ eine beliebige Menge von Zuständen einer Quelle. Wir bezeichnen mit $T_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{M})$ die Menge[2]) der (verschiedenen) Worte, die allen möglichen Wegen entsprechen, die in Zuständen von $\mathfrak{M}$ beginnen und in Endzuständen enden. Die Mengen $\mathfrak{M}_1$ und $\mathfrak{M}_2$ werden *verschieden* genannt, wenn $T_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{M}_1) \neq T_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{M}_2)$ ist. Die Menge $T_{\mathfrak{A}}(\{x_0\})$, wo x_0 der Anfangszustand der Quelle $\mathfrak{A}$ ist, werden wir auch mit $S_{\mathfrak{A}}$[3]) bezeichnen. Ferner bezeichnen wir mit $N_{\mathfrak{A}}^{a}(\mathfrak{M})$ die Menge[4])

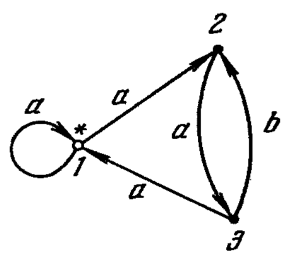
---

1) Zu „ein Ereignis darstellen" bzw. „ein Ereignis übertragen" vergleiche § 4, 2. — Anm. d. Red.

2) Diese Menge kann sich als leer erweisen.

3) Man sagt, daß die Menge $S_{\mathfrak{A}}$ von der Quelle $\mathfrak{A}$ erzeugt wird. Wie bekannt ist, fällt die Menge der Worte, die von endlichen Automaten [3] dargestellt werden — das ist eine Klasse von Ereignissen —, mit der Menge der Worte zusammen, die von endlichen Quellen erzeugt werden. Ein entsprechendes Kriterium über die Darstellung von Ereignissen war in der Diplomarbeit von A. I. SEREBRJAN (Staatl. Universität Moskau, 1959) vorgelegt worden; siehe auch [2].

4) Diese Menge kann sich als leer erweisen.



∘ Anfangszustand
∗ Endzustand

Abb. 1

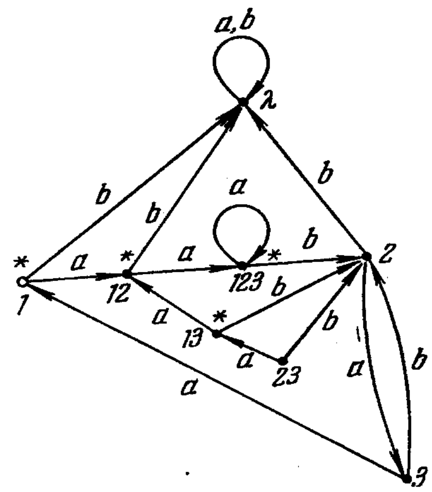


Abb. 2

der Enden von Kanten, die von Zuständen der Menge $\mathfrak{M}$ ausgehen und mit dem Buchstaben a beschrieben sind. Es sei μ ein beliebiges Wort über dem Alphabet A. Mit $M_{\mathfrak{A}}(\mu)$ bezeichnen wir die Menge[1]) aller Zustände der Quelle $\mathfrak{A}$, in denen ein Weg endet, der vom Anfangszustand ausgeht und das Wort μ bestimmt. Eine Menge $\mathfrak{N}$ von Zuständen einer Quelle $\mathfrak{A}$ wird erreichbar genannt, wenn es ein Wort ν gibt, so daß $\mathfrak{N} = M_{\mathfrak{A}}(\nu)$ ist. Wenn die Menge $\mathfrak{N}$ erreichbar ist, so ist die Menge $N^a_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{N})$ offensichtlich auch erreichbar. Zwei Quellen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ nennen wir äquivalent, wenn $S_{\mathfrak{A}} = S_{\mathfrak{B}}$ ist. Eine Quelle über A werden wir *Spezialquelle* nennen, wenn aus jedem ihrer Zustände soviel Kanten ausgehen, wie Buchstaben im Alphabet A sind, und wenn diesen Kanten die verschiedenen Buchstaben des Alphabetes A zugeschrieben werden. Es ist klar, daß in der Spezialquelle $\mathfrak{C}$ über A für ein beliebiges Wort μ im Alphabet A und einen beliebigen Zustand x in $\mathfrak{C}$ genau ein Weg existiert, der in x beginnt und dem das Wort μ entspricht.

A) *Zu jeder Quelle $\mathfrak{A}$ mit n Zuständen existiert eine äquivalente Spezialquelle $\mathfrak{C}$, die nicht mehr als 2^n Zustände besitzt*[2]) (siehe zum Beispiel [1]).

---

1) Diese Menge kann sich als leer erweisen.

2) Die Spezialquelle $\mathfrak{C}$ baut sich in folgender Weise auf: Jeder der 2^n Untermengen $\mathfrak{M}$ der Menge aller Zustände der Quelle $\mathfrak{A}$ wird ein Zustand $x_{\mathfrak{M}}$ (der entstehenöen Quelle $\mathfrak{C}$) zugeordnet. Für beliebiges a und $\mathfrak{M}$ ($a \in A$) wird der Zustand $x_{\mathfrak{M}}$ durch eine (von $x_{\mathfrak{M}}$ ausgehende) Kante, an die der Buchstabe a geschrieben wird, mit dem Zustand $x_{N^a_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{M})}$ verbunden. Zum Ausgangszustand der Quelle $\mathfrak{C}$ wird der Zustand $x_{\{x_0\}}$ erklärt, wobei x_0 der Anfangszustand der Quelle $\mathfrak{A}$ ist; Endzustände sind alle Zustände, die Untermengen entsprechen, in denen Endzustände der Quelle $\mathfrak{A}$ enthalten sind. (In Abb. 2 ist die Spezialquelle dargestellt, die nach dieser Methode für die Quelle der Abb. 1 aufgebaut wurde.) Die Quelle $\mathfrak{C}$ besitzt die folgende Eigenschaft:

Das Ziel des vorliegenden Artikels ist die Konstruktion von Quellen mit n Zuständen, für die diese obere Schranke angenommen wird[1].)

Im folgenden werden zwei Folgen von Quellen betrachtet: $\mathfrak{A}_n$ für ein Dreibuchstabenalphabet und $\mathfrak{B}_n$ für ein Zweibuchstabenalphabet[2]). Wir werden die folgende bekannte Tatsache benutzen.

B) Es sei $\mathfrak{F}$ eine beliebige Spezialquelle, die zur Quelle $\mathfrak{A}$ äquivalent ist. Dann ist die Zahl der Zustände der Quelle $\mathfrak{F}$ nicht kleiner als die Zahl der paarweise verschiedenen erreichbaren Mengen von Zuständen der Quelle $\mathfrak{A}$[3]).

Für jedes beliebige Wort μ gilt

$$M_{\mathfrak{C}}(\mu) = x_{M_{\mathfrak{A}}(\mu)} \,. \tag{*}$$

Diese Eigenschaft kann durch Induktion hinsichtlich der Wortlänge von μ bewiesen werden. Für das leere Wort Φ ist das trivial:

$$\{x_0\} = M_{\mathfrak{A}}(\Phi) \qquad \text{und} \qquad M_{\mathfrak{C}}(\Phi) = x_{\{x_0\}} = x_{M_{\mathfrak{A}}(\Phi)} \,.$$

Es sei (*) für alle Worte der Länge $m - 1$ bewiesen und μ ein beliebiges Wort der Länge m. Wenn a der letzte Buchstabe des Wortes μ ist, dann gilt $\mu = \nu\, a$, wobei ν ein Wort der Länge $m - 1$ ist. Dann gilt

$$M_{\mathfrak{C}}(\mu) = M_{\mathfrak{C}}(\nu\, a) = N^a_{\mathfrak{C}}(M_{\mathfrak{C}}(\nu))^*) = N^a_{\mathfrak{C}}\big(x_{M_{\mathfrak{A}}(\nu)}\big) = x_{N^a_{\mathfrak{A}}(M_{\mathfrak{A}}(\nu))} = x_{M_{\mathfrak{A}}(\nu\, a)} = x_{M_{\mathfrak{A}}(\mu)} \,.$$

*(wegen der Induktionsannahme)

Die Äquivalenz der Quellen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{C}$ folgt jetzt aus der folgenden Kette von Beziehungen ($X \leftrightarrow Y$ bedeutet, daß aus X Y folgt und umgekehrt):
$\mu \in S_{\mathfrak{A}} \leftrightarrow M_{\mathfrak{A}}(\mu)$ enthält eine Endecke $\leftrightarrow x_{M_{\mathfrak{A}}(\mu)} = M_{\mathfrak{C}}(\mu)$ (siehe (*)) ist Endecke in $\mathfrak{C} \leftrightarrow \mu \in S_{\mathfrak{C}}$.

[1]) In der Arbeit von G. M. KORPELJEWITSCH ist gezeigt worden, daß sich beim Übergang vom MOORE-Automaten [5] mit n Zuständen, der ein Ereignis überträgt, zum MOORE-Automaten, der dasselbe Ereignis darstellt, in gewissen Fällen die Zahl der Zustände sich bis $2^{[n/2]}$ vergrößert.

[2]) Die Quellen $\mathfrak{A}_n$ führen wir hier nur deshalb an, da für sie fast ohne Beweis gezeigt werden kann, daß die obere Schranke angenommen wird.

[3]) Es sei $\mathfrak{B}$ eine beliebige Quelle über A. Wir bezeichnen mit $S_{\mathfrak{B}}(\mu)$ die Menge aller Worte ν mit $\mu\,\nu \in S_{\mathfrak{B}}$. Man sieht sofort, daß *für jedes beliebige Wort μ*

$$S_{\mathfrak{B}}(\mu) = T_{\mathfrak{B}}(M_{\mathfrak{B}}(\mu)) \tag{**}$$

gilt. Wir gehen jetzt unmittelbar zum Beweis der Behauptung *B*) über. Es sei M die Menge aller erreichbaren und paarweise verschiedenen Untermengen $\mathfrak{M}$ von Zuständen der Quelle $\mathfrak{A}$. Für jedes $\mathfrak{M}$ aus M wählen wir ein Wort $\mu_{\mathfrak{M}}$ so aus, daß $M_{\mathfrak{A}}(\mu_{\mathfrak{M}}) = \mathfrak{M}$ ist; der Menge $\mathfrak{M}$ ordnen wir den Zustand $M_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}})$ der Quelle $\mathfrak{F}$ zu (diesen Zustand gibt es, da $\mathfrak{F}$ eine Spezialquelle ist). Um den Beweis abzuschließen, genügt es zu zeigen, daß für verschiedene $\mathfrak{M}_1$ und $\mathfrak{M}_2$ aus M die Zustände $M_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_1})$ und $M_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_2})$ verschieden sind. Wenn $\mathfrak{M}_1 \in M$, $\mathfrak{M}_2 \in M$, $\mathfrak{M}_1 \neq \mathfrak{M}_2$, dann ist $T_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{M}_1) \neq T_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{M}_2)$ (Verschiedenheit). Hieraus erhalten wir infolge der Äquivalenz der Quellen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{F}$ und aus (**):

$$S_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_1}) = S_{\mathfrak{A}}(\mu_{\mathfrak{M}_1}) = T_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{M}_1) \neq T_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{M}_2) = S_{\mathfrak{A}}(\mu_{\mathfrak{M}_2}) = S_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_2}) \,.$$

Nun ist aber (siehe (**)) $S_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_i}) = T_{\mathfrak{F}}(M_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_i}))$, $i = 1, 2$ und daher

$$T_{\mathfrak{F}}(M_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_1})) \neq T_{\mathfrak{F}}(M_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_2}))$$

und folglich auch

$$M_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_1}) \neq M_{\mathfrak{F}}(\mu_{\mathfrak{M}_2}) \,.$$

2. Die Quelle $\mathfrak{A}_n$ (über dem Alphabet $\{a, b, c\}$), $n \geqq 2$

Die Zustände seien mit den Zahlen $1, 2, \ldots, n$ numeriert. Die Kanten, denen der Buchstabe a zugeschrieben ist, seien $\overrightarrow{(1, 2)}, \overrightarrow{(2, 3)}, \ldots, \overrightarrow{(n-1, n)}, \overrightarrow{(n, 1)}$; sie bestimmen die zyklische Permutation der Zustände $(12 \ldots n)$. Die Kanten, denen der Buchstabe b zugeschrieben ist, seien von der Gestalt $\overrightarrow{(1, 2)}, \overrightarrow{(2, 1)}, \overrightarrow{(3, 3)}, \overrightarrow{(4, 4)}, \ldots, \overrightarrow{(n, n)}$; sie bestimmen die Transposition der Zustände 1 und 2. Die Kanten, denen der Buchstabe c zugeschrieben ist, seien $\overrightarrow{(2, 1)}, \overrightarrow{(2, 2)}, \overrightarrow{(3, 3)}, \ldots, \overrightarrow{(n, n)}$. Der Zustand 1 ist der Anfangszustand und der einzige Endzustand. In Abb. 3 ist die Quelle $\mathfrak{A}_6$ dargestellt (parallele Kanten sind dabei vereinigt worden).

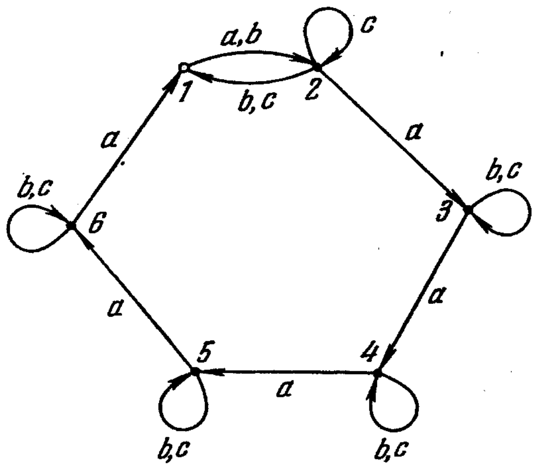


Abb. 3

Wir zeigen, daß die Spezialquelle mit minimaler Zustandszahl, die der Quelle $\mathfrak{A}_n$ äquivalent ist, 2^n Zustände besitzt. Wegen A) und B) genügt es zu zeigen, daß

I. alle Untermengen von Zuständen der Quelle $\mathfrak{A}_n$ erreichbar sind;

II. alle Untermengen von Zuständen der Quelle $\mathfrak{A}_n$ paarweise verschieden sind.

I. Erreichbarkeit

1. Da sich mittels zyklischer Permutation (Kanten mit Buchstaben a) und Transposition (Kanten mit Buchstaben b) alle Permutationen erzeugen lassen, so kann man von einer festen Untermenge, die aus k Zuständen besteht, über Wege, die Worten über $\{a, b\}$ entsprechen, zu jeder anderen Untermenge, die ebenfalls aus k Zuständen besteht, übergehen.

2. Untermenge $\{1\}$ ist trivialerweise erreichbar.

3. Es gibt wenigstens eine Untermenge von $k-1$ Zuständen, so daß man von ihr aus sicher eine Untermenge von k Zuständen erhalten kann. Zum Beispiel gilt

$$N^c_{\mathfrak{A}_m}(\{2, 3, \ldots, k\}) = \{1, 2, 3, \ldots, k\}.$$

Somit kann man alle nicht leeren Untermengen erhalten. Die leere Untermenge ist aber auch erreichbar, da $N^c_{\mathfrak{A}_m}(\{1\})$ leer ist.

II. Verschiedenheit

Alle Untermengen von Zuständen unterscheiden sich paarweise schon durch die Menge der durch sie über dem Alphabet $\{1\}$ erzeugten Worte der Länge 1 bis n: Die Menge $\{i_1, i_2, \ldots, i_k\}$ bestimmt nämlich genau k solcher Worte über $\{a\}$, und diese haben genau die Längen

$$n+1-i_1, \quad n+1-i_2, \ldots, n+1-i_k.$$

3. Die Quelle $\mathfrak{B}_n$ (über dem Alphabet $\{a, b\}$), $n \geqq 3$

Die Zustände seien durch die Zahlen $1, \ldots, n$ numeriert. Die Kanten, denen der Buchstabe a zugeschrieben ist, seien $\overrightarrow{(1, 2)}, \overrightarrow{(2, 3)}, \ldots, \overrightarrow{(n-1, n)}, \overrightarrow{(n, 1)}, \overrightarrow{(n, 2)}$. Die Kanten, denen der Buchstabe b zugeschrieben ist, seien von der Gestalt $\overrightarrow{(2, 1)}, \overrightarrow{(1, 3)}, \overrightarrow{(3, 4)}, \overrightarrow{(4, 5)}, \ldots, \overrightarrow{(n-2, n-1)}, \overrightarrow{(n-1, n)}$. Der Zu-

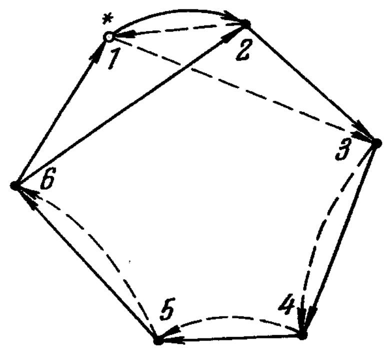


Abb. 4

Abb. 5

stand 1 ist der Anfangszustand und der einzige Endzustand. Wir bemerken, daß in der Quelle $\mathfrak{B}_n$ aus jedem Zustand genau zwei Kanten auslaufen. In der Abb. 4 ist die Quelle $\mathfrak{B}_6$ dargestellt (Kanten, denen der Buchstabe a zugeschrieben ist, sind mit durchgezogenen Linien eingezeichnet; Kanten, denen der Buchstabe b zugeschrieben ist, mit punktierten Linien; die Buchstaben selbst sind fortgelassen).

Wir zeigen, daß die Spezialquelle mit minimaler Zustandszahl, die der Quelle $\mathfrak{B}_n$ äquivalent ist, 2^n Zustände besitzt.[1]). Wie auch im vorhergehenden Falle genügt es, die Erreichbarkeit und die Verschiedenheit der Untermengen festzustellen.

I. Erreichbarkeit

Wir betrachten für jede nicht leere Menge $\mathfrak{M}$ von Zuständen der Quelle $\mathfrak{B}_n$ die folgenden drei für sie charakteristischen Zahlen:

$k(\mathfrak{M})$ sei die Zahl der Elemente der Menge $\mathfrak{M}$;
$l(\mathfrak{M})$ sei die Differenz der größten und kleinsten Nummer der Zustände von $\mathfrak{M}$;
$m(\mathfrak{M})$ sei die kleinste der Nummern der Zustände in $\mathfrak{M}$.

Einer jeden nicht leeren Menge $\mathfrak{M}$ ordnen wir nun das Zahlentripel $(k(\mathfrak{M}), l(\mathfrak{M}), m(\mathfrak{M}))$ zu. Ausgehend von der lexikographischen Ordnung der Tripel erhalten wir eine Halbordnung der (nicht leeren) Mengen $\mathfrak{M}$, d. h.

1. wenn $k(\mathfrak{M}_1) < k(\mathfrak{M}_2)$, dann ist $\mathfrak{M}_1 < \mathfrak{M}_2$;
2. wenn $k(\mathfrak{M}_1) = k(\mathfrak{M}_2)$, aber $l(\mathfrak{M}_1) < l(\mathfrak{M}_2)$, dann ist $\mathfrak{M}_1 < \mathfrak{M}_2$;
3. wenn $k(\mathfrak{M}_1) = k(\mathfrak{M}_2)$, $l(\mathfrak{M}_1) = l(\mathfrak{M}_2)$, aber $m(\mathfrak{M}_1) < m(\mathfrak{M}_2)$, dann ist $\mathfrak{M}_1 < \mathfrak{M}_2$.

Diese Beziehung ist offensichtlich transitiv. Ferner gibt es für solch eine Ordnungsbeziehung genau ein minimales Element: $\{1\}$ (dieser Menge entspricht das Tripel $(1, 0, 1)$; eine jede andere einelementige Menge hat ein Tripel $(1, 0, m)$, $m > 1$; eine jede Menge aus zwei oder mehreren Elementen hat ein Tripel (k, l, m), $k \geqq 2$). Wir kommen jetzt direkt zum Beweis der Erreichbarkeit. Den Beweis werden wir induktiv bezüglich der eingeführten Halbordnung führen.

α. Die Menge $\{1\}$ (minimales Element) ist erreichbar.

β. Es sei $\mathfrak{M}$ eine beliebige (nicht leere) Menge, die ein von 1 verschiedenes Element enthält, und es seien alle Mengen $\mathfrak{N}$ mit $\mathfrak{N} < \mathfrak{M}$ erreichbar. Wir zeigen, daß dann $\mathfrak{M}$ auch erreichbar ist. Die Elemente der Menge ordnen wir der Größe nach an:

$$\mathfrak{M} = \{x_1, x_2, \ldots, x_k\}; \quad x_1 < x_2 < \cdots < x_k .$$

Es sind mehrere Fälle möglich:

1. $x_1 = 1$, $x_2 = 2$. Wir betrachten die Menge $\mathfrak{M}_1 = \{x_3 - 1, \ldots, x_k - 1, n\}$ ($x_k \leqq n$, daher $x_k - 1 \leqq n - 1$). Da $k(\mathfrak{M}_1) < k(\mathfrak{M})$, so ist $\mathfrak{M}_1 < \mathfrak{M}$. Nach der Induktionsannahme ist $\mathfrak{M}_1$ erreichbar. Da $N^a_{\mathfrak{B}_n}(\mathfrak{M}_1) = \mathfrak{M}$ gilt, ist auch $\mathfrak{M}$ erreichbar.

2. $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ (daher ist x_3, wenn es existiert, nicht kleiner als vier). Wir betrachten die Menge $\mathfrak{M}_2 = \{1, 2, x_3 - 1, \ldots, x_k - 1\}$. Da $k(\mathfrak{M}_2) = k(\mathfrak{M})$ und $l(\mathfrak{M}_2) < l(\mathfrak{M})$, so ist $\mathfrak{M}_2 < \mathfrak{M}$. Offensichtlich gilt $N^b_{\mathfrak{B}_n}(\mathfrak{M}_2) = \mathfrak{M}$.

[1]) Für $n = 1,2$ sind die entsprechenden Quellen (über $\{a, b\}$) in Abb. 5a und 5b dargestellt.

3. $x_1 = 1$, $x_2 \geqq 4$. Wir betrachten die Menge $\mathfrak{M}_3 = \{2, x_2 - 1, \ldots, x_k - 1\}$. Da $k(\mathfrak{M}_3) = k(\mathfrak{M})$ und $l(\mathfrak{M}_3) < l(\mathfrak{M})$ ist, gilt $\mathfrak{M}_3 < \mathfrak{M}$. Offensichtlich ist $N^b_{\mathfrak{B}_n}(\mathfrak{M}_3) = \mathfrak{M}$.

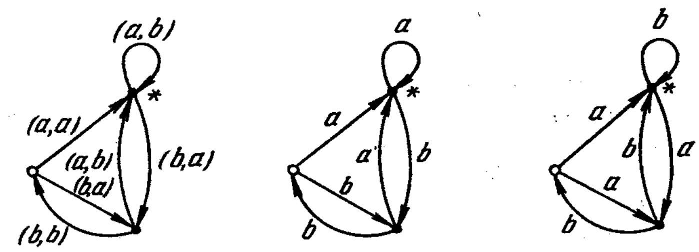
4. $x_1 \geqq 2$. Wir betrachten die Menge $\mathfrak{M}_4 = \{x_1 - 1, x_2 - 1, \ldots, x_k - 1\}$. Da $k(\mathfrak{M}_4) = k(\mathfrak{M})$, $l(\mathfrak{M}_4) = l(\mathfrak{M})$, $m(\mathfrak{M}_4) < m(\mathfrak{M})$ ist, so gilt $\mathfrak{M}_4 < \mathfrak{M}$. Offensichtlich ist $N^a_{\mathfrak{B}_n}(\mathfrak{M}_4) = \mathfrak{M}$.

Somit ist die Erreichbarkeit aller nicht leeren Mengen nachgewiesen worden. Die leere Menge ist auch erreichbar, da $\{n\}$ erreichbar und $N^b_{\mathfrak{B}_n}\{n\}$ leer ist.

II. Die Verschiedenheit wird genauso wie für die Quelle $\mathfrak{A}_n$ nachgewiesen (Kante $(n, 2)$ spielt hier keine Rolle).

4. Zusammenhang mit anderen Begriffen aus der Theorie der Automaten

Es sei $\mathfrak{U}$ ein MEALY-TRACHTENBROT-Automat [7, 8] mit dem Eingangsalphabet A und dem Ausgangsalphabet B und $\mathfrak{N}$ sei eine gewisse Menge ausgewählter Zustände von $\mathfrak{U}$ (Abb. 6a)[1]). Dieser Automat definiert zwei Quellen:



a) b) c)

Abb. 6

1. die Quelle $\mathfrak{U}'$ über A (Abb. 6b), die aus dem Diagramm des Automaten durch Weglassen der an die Kanten geschriebenen Buchstaben des Ausgangsalphabetes entsteht, und

2. die Quelle $\mathfrak{U}''$ über B (Abb. 6c), die wir durch Weglassen der Buchstaben des Eingangsalphabetes erhalten. Es ist klar, daß $\mathfrak{U}'$ Spezialquelle ist.

Man sagt, daß der Automat $\mathfrak{U}$ *das Ereignis* $S_{\mathfrak{U}'}$ darstellt und *das Ereignis* $S_{\mathfrak{U}''}$ überträgt. Die oben betrachteten Beispiele von Quellen ($\mathfrak{A}_n$ und $\mathfrak{B}_n$) zeigen, daß beim Übergang vom MEALY-TRACHTENBROT-Automaten mit n Zuständen, der *ein Ereignis* überträgt, zum Automaten, der eben *dasselbe Ereignis* darstellt, manchmal eine Zunahme der Zahl der Zustände bis 2^n nötig ist.

(Bei der Redaktion eingegangen am 11. 5. 1962)

[1]) In Abb. 6a gibt das erste Symbol des einer Kante zugeordneten Symbolpaares einen Eingangswert, das zweite Symbol einen Ausgangswert an. — Anm. d. Red.

Literatur

[1] Chomsky, N./Miller, G. A., Finite state languages. Inf. and Control **1**, 2 (1958) 91—112 (ins Russische übersetzt).

[2] **Глебский**, Ю. В., Кодирование с помощью автоматов с конечной внутренней памятью, Сб. „Проблемы кибернетики", вып. **7**, 1962, 127—149.
Glebski, J. W., Codierung mittels Automaten mit endlichem Gedächtnis, Probleme der Kybernetik **7**, Akademie-Verlag, Berlin (erscheint demnächst).

[3] Kleene, S. C., Representation of events in nervenets and finite automate. Automata Studies, 3—41, Princeton (ins Russische übersetzt).

[4] **Козмидиади**, В. А., О множествах, перечислимых и разрешимых автоматами, ДАН СССР **142**, 5 (1962) 1005—1006.
Kosmidiadi, W. A., Über Automatenklassen, die Ereignisse darstellen und übertragen.

[5] Moore, E. F., Gedanken-experiments on sequential machines. Automata Studies, Princeton 1956, 129—153 (ins Russische übersetzt).

[6] König, D., Theorie der endlichen und unendlichen Graphen. Leipzig 1936.

[7] Mealy, G. H., A method for synthesizing sequential circuits. Bell. Syst. Techn. J. **34**, 5 (1955) 1045—1080.

[8] **Трахтенброт**, Б. А., Од операторах, реализуемых в логических сетях. ДАН СССР **112**, 6, 1957, 1005—1007.
Trachtenbrot, B. A., Über Operatoren, die in logischen Netzen realisiert werden.

Übersetzung und fachliche Bearbeitung: Ursula Schuldig