

# Obsah

<b>1</b>	<b>Prológ – Reálna os</b>	<b>9</b>
1.1	Teória množín prakticky . . . . .	9
1.2	Axiómy poľa reálnych čísel . . . . .	10
1.3	<i>Poznámky a doplnky</i> . . . . .	12
1.4	<i>Zovšeobecnenia, zvláštne prípady</i> . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Metrický priestor</b>	<b>15</b>
2.1	Vlastnosti metriky . . . . .	15
2.2	Disky, ohraničené množiny, limitné body . . . . .	17
2.3	Súvislé množiny . . . . .	22
2.4	Vnútro, uzáver, hranica . . . . .	28
2.5	Konvergencia v metrických priestoroch . . . . .	30
2.6	Úplný metrický priestor . . . . .	32
2.7	<i>Poznámky a doplnky</i> . . . . .	37
2.8	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	38
<b>3</b>	<b>Funkcie v metrických priestoroch</b>	<b>39</b>
3.1	Limity funkcií . . . . .	39
3.2	Spojitosť funkcií . . . . .	40
3.3	Veta o kontraktívnom zobrazení . . . . .	41
3.4	Rovnomerná konvergencia funkcií . . . . .	46
3.5	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Kompaktné množiny</b>	<b>55</b>
4.1	Pokrytia . . . . .	55
4.2	Kritériá kompaktnosti . . . . .	59
4.3	Spojité funkcie na kompaktných množinách . . . . .	62
4.4	Rovnomerná spojitosť . . . . .	63
4.5	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	65
<b>5</b>	<b>Topologický priestor</b>	<b>67</b>
5.1	Pojem topológie a siete . . . . .	67
5.2	Príklady topológií . . . . .	69
5.3	Vytvárajúce konštrukcie . . . . .	71
5.4	Klasifikácia topologických priestorov . . . . .	71
5.5	Príklady Hausdorffových priestorov . . . . .	74

5.6	<i>Zovšeobecnenia, zvláštne prípady</i> . . . . .	76
5.7	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	76
<b>6</b>	<b>Vektorový priestor</b>	<b>77</b>
6.1	Pojem vektorového priestoru . . . . .	77
6.2	Významné príklady vektorových priestorov . . . . .	79
6.3	Vytvárajúce konštrukcie . . . . .	81
6.4	Vektorové priestory s ďalšími štruktúrami . . . . .	85
6.5	<i>Zovšeobecnenia, zvláštne prípady</i> . . . . .	90
<b>7</b>	<b>Topologický vektorový priestor</b>	<b>93</b>
7.1	Pojem topologického vektorového priestoru – podrobnejšie . . . . .	93
7.2	Vytvárajúce konštrukcie . . . . .	94
7.3	Druhy topologických vektorových priestorov . . . . .	95
7.4	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	98
<b>8</b>	<b>Lebesgueov integrál a <math>L^p</math> priestory</b>	<b>99</b>
8.1	Konštrukcia Lebesgueovho integrálu . . . . .	99
8.2	Druhy sekvenciálnej spojitosti integrálu . . . . .	104
8.3	$L^p$ a $\ell^p$ priestory . . . . .	108
8.4	<i>Zovšeobecnenia, zvláštne prípady</i> . . . . .	113
8.5	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	115
<b>9</b>	<b>Významné nerovnosti</b>	<b>117</b>
9.1	Hölderova nerovnosť . . . . .	117
9.2	Cauchyho–Schwarzova nerovnosť . . . . .	123
9.3	<i>Zovšeobecnenia, zvláštne prípady</i> . . . . .	126
<b>10</b>	<b>Vzťah Hilbertovho a Banachovho priestoru</b>	<b>129</b>
10.1	Rovnoběžníkové pravidlo . . . . .	129
10.2	Podpriestory a faktorové priestory . . . . .	133
10.3	Vlastnosti Hilbertových priestorov . . . . .	134
10.4	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	140
<b>11</b>	<b>Lineárne operátory a funkcie</b>	<b>141</b>
11.1	Hahnova –Banachova Veta . . . . .	142
11.2	Dualita, duálny operátor . . . . .	143
11.3	Biduálny priestor . . . . .	150
11.4	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	151
<b>12</b>	<b>Tri základné vety funkcionálnej analýzy</b>	<b>157</b>
12.1	Veta o otvorenom zobrazení . . . . .	157
12.2	Princíp rovnomernej ohraničenosti . . . . .	159
12.3	Veta o zatvorenom obore hodnôt . . . . .	161
12.4	<i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	163

<b>13 Slabé topológie</b>	<b>165</b>
13.1 Slabá topológia . . . . .	165
13.2 Slabá hviezdna topológia . . . . .	167
13.3 Alaogluova veta . . . . .	168
13.4 <i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	171
<b>14 Kompaktné operátory, spektrum</b>	<b>173</b>
14.1 Hilbertove–Schmidtové operátory . . . . .	173
14.2 Kompaktné operátory . . . . .	175
14.3 Spektrálna veta pre kompaktné samoadjungované operátory .	178
14.4 Spektrum všeobecného kompaktného operátora . . . . .	182
14.5 Fredholmova alternatíva . . . . .	185
14.6 <i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	187
<b>15 Všeobecná spektrálna teória</b>	<b>189</b>
15.1 Spektrum v Banachovom priestore . . . . .	189
15.2 Spektrálna veta pre ohraňované samoadjungované operátory . .	193
15.3 <i>Príklady a cvičenia</i> . . . . .	196
<b>Literatúra</b>	<b>198</b>
<b>Index</b>	<b>200</b>